Bestimmung der absoluten Geschwindigkeit fliessender Elektricität aus dem Hall'schen Phänomen.

Von Albert v. Ettingshausen.

(Mit 4 Holzschnitten.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 4. März 1880.)

Die Erscheinung, welche E. H. Hall[1] in Baltimore kürzlich beobachtete, besteht darin, dass in einer von einem constanten galvanischen Strome durchflossenen, sehr dünnen Goldplatte durch die Wirkung eines starken Magnets, dessen Kraftlinien die Ebene der Platte durchschneiden, die Äquipotentiallinien eine Verschiebung erfahren.

Es sind bereits früher mehrfach Versuche gemacht worden, eine derartige Einwirkung eines Magnets auf die Stromlinien nachzuweisen, jedoch mit negativem Resultate.[2] Hall verfuhr in der Weise, dass er auf der zwischen den Polen eines Elektromagnets befindlichen und vom Strome durchflossenen Goldplatte zwei Punkte von nahe gleichem Potentialwerthe mit Hilfe eines empfindlichen Galvanometers aufsuchte, sodann den magnetisirenden Strom umkehrte, und die Änderung des Galvanometerstandes beobachtete. Die Goldplatte hatte die Gestalt eines Rechteckes und der dieselbe durchfliessende Strom wurde mittelst zweier Messingstücke, welche auf beide Enden der Platte fest aufgedrückt waren, zugeleitet, so dass die Stromcurven gerade, der längeren Seite des Rechteckes parallele Linien sind.

Boltzmann[3] hat darauf aufmerksam gemacht, dass unter gewissen vereinfachenden Annahmen aus dem erwähnten Phä-

---

[1] On a New Action of the Magnet on Electric Currents; American Journal of Mathematics, Vol. II, 1879.

[2] Wiedemann, Galvanismus II, 1. S. 174; auch Rowland hat solche Versuche angestellt. (Hall, l. c. S. 289.)

[3] Anz. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, 1880, Nr. II (15. Jänner).

nomen sich die absolute Geschwindigkeit, mit der die Elektricität die Goldplatte durchfliesst, berechnen lässt. Bedeutet nämlich m die Intensität des als homogen vorausgesetzten magnetischen Feldes, i die am Galvanometer beobachtete Stromstärke, w den gesammten Widerstand der Galvanometerleitung, sämmtliche Grössen in dem absoluten Gauss'schen Masse gemessen, ist ferner b der Abstand der beiden Punkte der Goldplatte, welche mit dem Galvanometer verbunden sind, so ist die Geschwindigkeit c der die Platte der Länge nach durchfliessenden Elektricität (die Geschwindigkeit im Strome J).

$$c = \frac{iw}{mb}$$

Ist auch J im obigen Masse gemessen worden, so ist die Geschwindigkeit im Strome 1 nach magnetischem Masse

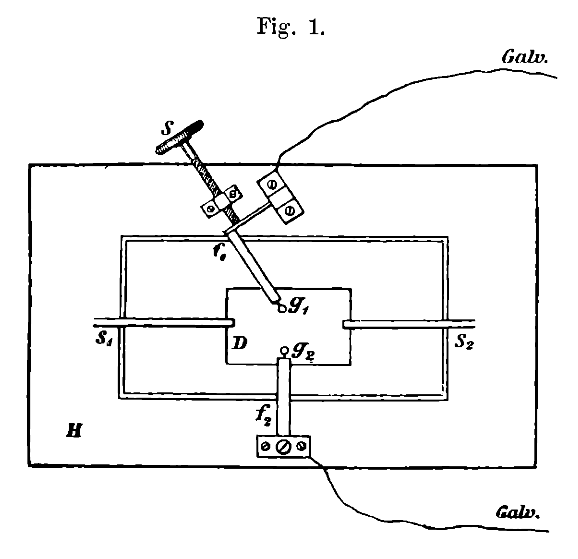
$$c_1 = \frac{c}{J} = \frac{iw}{mbJ}.$$

Wie mir Prof. Boltzmann mündlich mittheilte, hat derselbe weiters gefunden, dass sich die besprochene Erscheinung auffassen lässt als eine Ablenkung, welche die Stromlinien in der Platte von ihrer ursprünglichen Richtung erfahren, jedoch so, dass dadurch keine Verdichtung, respective Verdünnung der Stromlinien an der einen oder andern Seite der Platte eintritt. Sind die Seiten der Platte nicht miteinander durch eine äussere Leitung verbunden, so kann diese Ablenkung nur im ersten Momente der Einwirkung des Magnets eintreten, sogleich wird aber an den Rändern der Platte eine Potentialdifferenz entstehen, welche sich mit der schon vorhandenen zusammensetzt und die Stromlinien wieder in die frühere Richtung drängt. Werden jedoch Punkte der Platte, welche anfänglich gleiche Potentialwerthe besassen, durch eine Galvanometerleitung miteinander verbunden, so veranlasst die zwischen diesen Punkten neu entstandene Potentialdifferenz den Strom i.

Die Ermittlung der Grösse c_1 nach den von Hall mitgetheilten quantitativen Bestimmungen ist nur ganz roh schätzungsweise möglich (s. w. u.); es schien desshalb von Interesse, die Versuche zu wiederholen und eine Bestimmung von c_1 auszu-

führen. Zuerst benutzte ich eine auf eine Glasplatte aufgezogene, rechteckige Goldplatte *D* (Fig. 1) von 56 Mm. Länge und 52 Mm.

Fig. 1.



Breite, bei welcher die Stromzuleitung durch etwa 2 Mm. breite Stanniolstreifen s_1, s_2 besorgt wurde, die über die Mitte der kurzen Seiten des Rechteckes geklebt waren.

Die mit dem Galvanometer verbundenen Contacte g_1, g_2 sind vergoldete Messingkügelchen (2 Mm. Durchmesser), an denen eine kleine Fläche eben polirt ist, mit der dieselben auf die Goldplatte aufgesetzt werden. Die Contactkügelchen sind an schwachen Federn f_1, f_2 befestigt, welche sie auf die Platte niederdrücken. Der eine Contact g_1 ist durch die Schraube *S* verstellbar. Die in dem Holzrahmen *H* befestigte Glasplatte wurde vertical zwischen die abgeflachten Pole eines kräftigen Elektromagnets gestellt, dessen Polflächen eine Distanz von beiläufig 12 Mm. hatten und der durch 6, 12 oder 18 grosse Bunsen'sche Elemente erregt wurde. Zur Bestimmung der Intensität des Magnetfeldes dienten einige zwischen die Pole parallel mit deren Flächen gestellte, kreisförmige Drahtwindungen, die mit einem Spiegelgalvanometer verbunden sind; es wurde stets die Änderung *m* des Magnetfeldes bei Umkehrung des magnetisirenden Stromes bestimmt. Die Messung des Stromes *i* geschieht mit demselben Galvanometer und wird auch hiebei die der Verände-

rung des Magnetfeldes bei Umkehrung der magnetischen Polarität entsprechende Stärke des Stromes i ermittelt. Bei der Umkehrung des magnetisirenden Stromes erhält man zuerst einen starken Ausschlag der Galvanometernadel in Folge des in der Goldplatte inducirten Stromes, worauf die Nadel um ihre neue Ruhelage schwingt, die aus Umkehrpunkten bestimmt wird. Um nicht zu starke Schwingungen zu erhalten, wurde die Galvanometerleitung während der Umkehrung der Polarität des Elektromagnets geöffnet. Das Galvanometer stand in einem entfernten Zimmer, so dass auch nicht die geringste directe Einwirkung des Magnets auf dasselbe bemerkbar war.

Die dauernden Verschiebungen der Ruhelage durch den Strom i ergaben sich meist sehr regelmässig und wurden die Beobachtungen 8—10mal hinter einander wiederholt; ich führe zunächst eine Beobachtung der Galvanometerstände vollständig an: unter A und B sind die Ruhelagen der Nadel verstanden, wie sie bei entgegengesetzter Polarität des Elektromagnets an der Scala beobachtet sind und zwar ist bei A der auf der Seite der Goldplatte befindliche Pol ein Südpol (s. Fig. 3).

Distanz des Spiegels von der Scala $d = 3757$ Mm.

A	601·5		
		30·5	
B	571·0		
		30·0	
A	601·0		
		30·0	
B	571·0		
		30·5	
A	601·5		Mittel 30·3
		30·0	
B	571·5		
		30·5	
A	602·0		
		31·5	
B	570·5		
		30·5	
A	601·0		
		29·5	
B	571·5		

Die Intensität des die Goldplatte durchfliessenden Stromes J, der durch ein oder zwei Daniell'sche Elemente geliefert war, kann an einer Tangentenbussole mit Spiegelablesung nach absolutem Masse gemessen werden.

Die folgenden Tabellen enthalten die Resultate einer Reihe von Beobachtungen. Die zu Grunde gelegten Einheiten sind Millimeter, Milligramm, Secunde; bei der Bestimmung des Wider-

standes der Galvanometerleitung wurde die Siemens Einheit zu $0 \cdot 955 \times 10^{10}$ absoluten Einheiten angenommen, entsprechend den neuen Messungen von H. F. Weber.[1] Die Schwingungsdauer der Galvanometernadel ist $T = 4{\cdot}635$, das Dämpfungsverhältniss der Schwingungen $k = 1{\cdot}358$, der Reductionsfactor auf magnetisches Strommass $G = 0{\cdot}00609$.

$$b = 44, \quad w = 57 \cdot 3 \times 10^{10}.$$

Nr.	J			$\frac{i}{Jm}$	
1	1·70	85900	$12 \cdot 2 \times 10^{-6}$	$0 \cdot 835 \times 10^{-10}$	Mittel $0 \cdot 823 \times 10^{-10}$
2	2·91	85900	20·3	812	
3	2·91	106500	24·6	794	
4	5·42	54700	24·9	840	
5	5·51	85900	39·1	826	
6	5·51	106500	48·8	832	

Es folgt hiernach $c_1 = 1 \cdot 07$.

$$b = 31 \cdot 5, \quad w = 55 \cdot 2 \times 10^{10}.$$

Nr.	J			$\frac{i}{Jm}$	
7	2·90	55960	$11 \cdot 3 \times 10^{-6}$	$0 \cdot 697 \times 10^{-10}$	Mittel $0{\cdot}700 \times 10^{-10}$
8	5·51	57630	22·3	703	

demnach $c_1 = 1 \cdot 23$.

$$b = 22 \cdot 4, \quad w = 54 \cdot 3 \times 10^{10}$$

9	2·90	56790	$8 \cdot 95 \times 10^{-6}$	$0 \cdot 542 \times 10^{-10}$

daraus $c_1 = 1 \cdot 31$.

Es wäre demnach die absolute Geschwindigkeit, mit der die Elektricität im Strome 1 das untersuchte Goldblatt durchfliesst, etwa 1·2 Mm. Die kleine Zunahme, welche c_1 mit abnehmendem b zeigt, hat vermuthlich ihren Grund in der nur unvollkommenen Homogeneität des magnetischen Feldes, von der ich mich auch durch Versuche mit einigen sehr kleinen Drahtwindungen, die an verschiedene Stellen des Feldes gebracht wurden, überzeugte. Zur

[1] Absolute elektromagnetische und calorimetrische Messungen (1877), Seite 46.

Bestimmung von m dienten entweder drei Windungen von 38·2 Mm. Durchmesser, oder zwei Windungen von 30·6 Mm. Durchmesser; die kleineren Windungen gaben um etwa 2 Pct. grössere Werthe für m. Durch diese Bestimmungen erhält man aber nur die Mittelwerthe der Änderung des Magnetfeldes innerhalb der von den Drahtwindungen eingeschlossenen Flächen. Ein unhomogenes Magnetfeld beeinträchtigt aber auch insoferne die Richtigkeit der Messungen, als dann ein Theil des Stromes i statt durch die Galvanometerleitung durch die Goldplatte selbst fliessen kann, wie eine einfache Überlegung zeigt; es ist namentlich eine (dem Magnetfeld gegenüber) grössere Ausdehnung der Goldplatte in der Richtung des Stromes J den Messungen ungünstig.

Die Goldplatte, welche durch die Versuche etwas gelitten hatte, wurde sodann durch eine neue, sehr schöne Platte ersetzt; bei dieser trat der Strom in der ganzen Breite der Platte ein und aus, da die Platte an den Rändern beiderseits mit Stanniol überklebt war. Der von Stanniol unbedeckte Theil hatte eine Länge von 53·4 und eine Breite von 28 Mm., der Widerstand war 2·85 SE (Hall gibt für seine Platte an: Länge etwa 55, Breite 20 Mm., Widerstand nahe 2 Ohm = 2·1 SE). Aus zwei gut übereinstimmenden Versuchsreihen ergab sich

Nr.	J		
10	3·41	87900	$27\cdot5\times10^{-6}$;

dabei war die Distanz der Galvanometercontacte $b = 20\cdot6$, der Widerstand der Galvanometerleitung $w = 54\cdot9\times10^{10}$; es folgt $c_1 = 2\cdot24$ Mm.

Ich habe versucht, die Dicke der Goldplatten angenähert zu bestimmen; die beim Versuch (10) benutzte Platte war nämlich, bevor sie auf die Glasplatte aufgezogen wurde, sorgfältig gewogen worden und ergab sich aus der Wägung ihre Dicke zu 56 Milliontel Millimeter. Aus dem Widerstande der Platte folgt dagegen unter der Voraussetzung, dass keine merklichen Sprünge oder Risse vorhanden sind, die Dicke zu 14 Milliontel Millimeter, also 4mal so klein. Ein ähnliches Resultat zeigte sich auch bei einer anderen Goldplatte. Für die Platte, welche bei den Versuchen (1—9) gedient hatte, ergab die Wägung eine mehr als 10mal so grosse Dicke, als aus dem Widerstande der (beiderseits mit Stanniolrän-

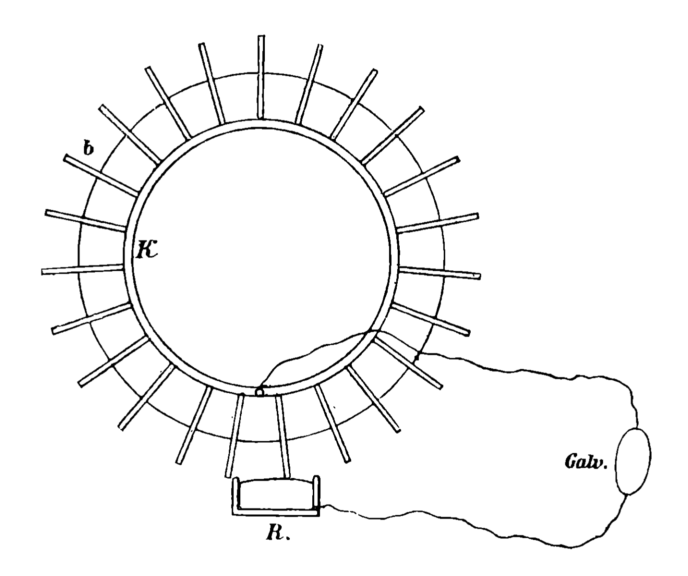
dern versehenen) Platte folgte; indess war diese Platte bereits schadhaft, sie scheint jedenfalls dicker gewesen zu sein, als die beim Versuch (10) gebrauchte.

Zur Controle der Richtigkeit der Messungen habe ich mit dem Galvanometer die Scheidekraft im Inneren einer Spirale, die von einem constanten Strome durchflossen war, bestimmt und das so erhaltene Resultat mit dem aus den Dimensionen der Spirale und der Stromstärke berechneten verglichen, was eine ganz befriedigende Übereinstimmung gab; ausserdem wurde noch eine Prüfung vorgenommen, die auf folgendem beruht. Aus der Gleichung

$$c = c_1 J = \frac{iw}{mb}$$

folgt, dass die Geschwindigkeit im Strome J gleich ist der Geschwindigkeit, mit welcher ein Draht von der Länge b senkrecht zu sich selbst durch ein magnetisches Feld m bewegt werden muss, damit in ihm eine elektromotorische Kraft erzeugt werde, die in einer Leitung vom Widerstande w den Strom i liefert.[1] Ein flacher Kupferring K (Fig. 2) ist auf eine Kammmassescheibe auf-

Fig. 2.



[1] Boltzmann, l. c.

gesetzt, die in Rotation versetzt werden kann. An den Ring sind radial stehende, an den Enden amalgamirte Drähte b angelöthet, welche bei der Rotation durch das Quecksilber der Rinne R schlagen. An dem Kupferring schleift eine Contactfeder, die mit dem Galvanometer in Verbindung steht, andererseits ist dieses mit der Rinne leitend verbunden. Stellt man die Scheibe so auf, dass die Speichen bei der Rotation durch das Magnetfeld hindurchgehen und gleichzeitig ins Quecksilber tauchen, so erhält man bei der Änderung m des Magnetfeldes am Galvanometer eine dauernde Änderung der Ruhelage α, aus der sich die Geschwindigkeit c, mit der sich die Speichen bewegen, rechnen lässt; es ist

$$c = \frac{G}{2d} \frac{w}{mb} \frac{T}{z\vartheta} \alpha.$$

Darin haben G, d, T die frühere Bedeutung, w ist der Widerstand der Leitung, b die Länge der Speichen, ϑ die Zeit, während welcher eine Speiche durchs Quecksilber schlägt, z die Anzahl der auf eine Galvanometerschwingung entfallenden Inductionsstösse: folgen diese Stösse unmittelbar aufeinander, so dass eine Speiche das Quecksilber verlässt in dem Augenblicke, wo die nächste eintaucht, so ist $z\vartheta = T$. Wird nun die Intensitätsänderung m des Magnetfeldes auf die oben angegebene Weise mit Drahtwindungen von der Fläche f bestimmt und ist β der Ausschlag der Galvanometernadel, so hat man

$$m = \frac{1}{f} \frac{G}{2d} \cdot \frac{T}{\pi} \sqrt{k} \cdot w_1 \beta;$$

w_1 ist der Widerstand der Leitung im letzteren Falle. Dann ist also

$$c = \frac{w}{w_1} \cdot \frac{f}{b} \cdot \frac{\pi}{\sqrt{k}} \cdot \frac{1}{z\vartheta} \cdot \frac{\alpha}{\beta}.$$

Ein Versuch mit 24 Speichen von der Länge $b = 45$ Mm., die in unmittelbarer Aufeinanderfolge durch's Quecksilber schlugen, gab $c = 224$ Mm. Die rotirende Scheibe ward in constanter Rotation erhalten durch einen Helmholtz'schen Motor mit Schwungscheibe und es konnte die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe auch direct bestimmt werden; die Dauer einer Umdrehung beim Versuch war $\tau = 2{\cdot}64$ Sec., woraus folgt, da die

Speichenmitten einen Abstand $r = 98$ Mm. von der Axe hatten $c = \frac{2r\pi}{\tau} = 233$ Mm., was mit dem obigen Werthe genügend übereinstimmt. Die Unhomogeneität des Magnetfeldes ist bei der Berechnung angenähert berücksichtigt worden.

Eine etwas andere Art der Prüfung besteht darin, dass man die Speichen nicht in unmittelbarer Aufeinanderfolge durch's Quecksilber gehen, sondern eine Reihe von getrennten Inductionsstössen zum Galvanometer gelangen lässt. Ein an der Scheibe befestigter Gradbogen gestattet den Winkel zu bestimmen, den im Mittel eine Speiche ins Quecksilber tauchend durchläuft; dieser Winkel φ lässt sich aber auch leicht berechnen, und zwar ist

$$\varphi^0 = \frac{180}{n} \frac{w}{w_1} \cdot \frac{f}{rb} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\tau}{T} \frac{\alpha}{\beta}.$$

α ist wieder die dauernde Veränderung des Standes der Galvanometernadel, entsprechend der Intensitätsänderung m, n die Anzahl der Speichen; die übrigen Buchstaben haben die alte Bedeutung. Aus zwei Versuchen mit verschiedener Rotationsgeschwindigkeit, wobei zwölf Speichen sich am Ringe befanden, folgte $\varphi = 12°9$, während $\varphi = 13°1$ durch directe Bestimmung gefunden worden war.

Es sei noch bemerkt, dass sich auch nach Hall's Messungen eine beiläufige Schätzung der Geschwindigkeit der Elektricitätsbewegung vornehmen lässt. Bezeichnet man mit E' die Potentialdifferenz zweier um die Längeneinheit von einander in der Richtung der Breite entfernter Punkte der Goldplatte, mit E die Potentialdifferenz zweier in der Längsrichtung um die Einheit von einander abstehender Punkte, so gibt Hall an, dass das Verhältniss $\frac{E}{E'}$ bei seinen Versuchen etwa zwischen den Grenzen 3000 und 6500 variirte.[1]

Hieraus, sowie aus dem Widerstande und der Grösse der Goldplatte, ferner aus der angegebenen Intensität des Magnet-

---

[1] Bei meinem Versuche (9) ist das Verhältniss $\frac{E}{E'} = 7700$, beim Versuch (10) ist es 2500.

feldes[1] konnte ich einen Schluss auf die Grösse von c_1 ziehen. Es genügt zu erwähnen, dass die so erhaltenen Werthe von c_1, die natürlich nur Grenzwerthe sind, der Grössenordnung nach mit den aus meinen Versuchen berechneten übereinstimmen. Die aus Hall's Angaben bestimmten Grenzwerthe für c_1 schliessen die von mir gefundenen Werthe ein.

Die geringe Geschwindigkeit, die für die Elektricitätsbewegung aus den mitgetheilten Versuchsresultaten hervorgeht, steht natürlich durchaus nicht im Widerspruch mit der ungeheuren Geschwindigkeit, mit der sich elektrische Impulse fortpflanzen. Es scheint dies ähnlich zu sein, wie etwa die Fortpflanzung eines Impulses in einer unausdehnsamen Röhre, die mit einer sehr leicht beweglichen Flüssigkeit erfüllt ist; während sich der Impuls zur Bewegung mit sehr grosser Geschwindigkeit in der Flüssigkeit fortpflanzt, kann die Progressivbewegung der Flüssigkeitstheilchen selbst sehr langsam sein.

Was die Richtung des durch die magnetische Einwirkung auf die Goldplatte hervorgerufenen Stromes i in ihrer Abhängigkeit von der Polarität des Magnets und von der Stromrichtung J in der Platte selbst betrifft, so macht Hall darüber (S. 290) folgende Bemerkung: „If we regard an electric current as a single stream flowing from the positive to the negative pole, i. e. from the carbon pole of the battery through the circuit to the zinc pole, in this case the phenomena observed indicate that two *currents*, parallel and in the same direction, tend to repel each other. If on the other hand, we regard the electric current as a stream flowing from the negative to the positive pole, in this case the phenomena observed indicate that two *currents* parallel and in the same direction tend to attract each other.

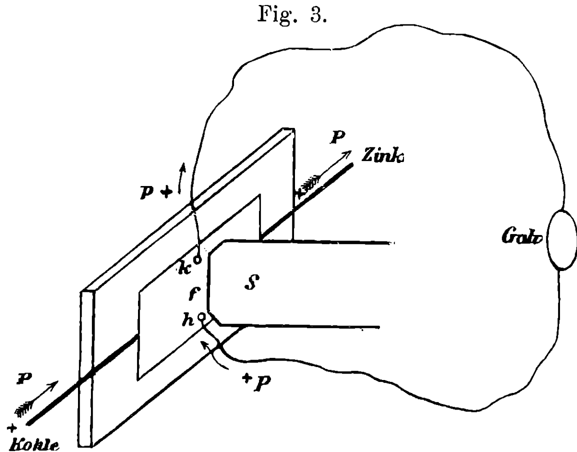
---

[1] Hall gibt die Einheiten, die seinen Messungen zu Grunde liegen, nicht an; indess scheint es mir zweifellos, dass es Centimeter, Gramm, Secunde sind; die Intensität des Magnetfeldes wird in Vielfachen der Horizontal-Componente des Erdmagnetismus angegeben und für diese heisst es, dass sie gleich sei ·19 (approximately). Ebenso sprechen dafür die von Hall mitgetheilten Werthe für die Stärke des Stromes J, der durch die Goldplatte (von 2·1 SE Widerstand) hindurchfloss; diese liegen zwischen ·06 und ·025, der Strom war durch einen Bunsen-Becher geliefert.

It is of course perfectly well known, that two *conductors*, bearing currents parallel and in the same direction, are drawn toward each other.“

Hat nämlich der positive, d. h. der beim Kupfer (Kohle) aus dem Element herauskommende Strom J die Richtung des gefiederten Pfeiles P (Fig. 3), so ist die Richtung des durch die Magnet-

Fig. 3.

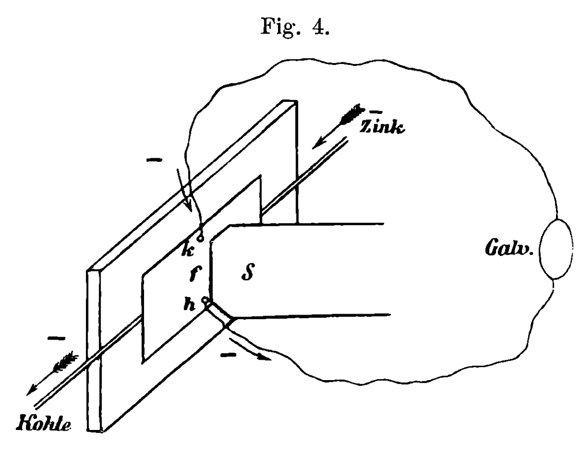


wirkung zu Stande gekommenen Stromes i die durch die Pfeile p bezeichnete, d. h. der Strom i fliesst so, als ob die Goldplatte ein Element geworden wäre, wobei k den Kupferpol, h den Zinkpol und f die Flüssigkeit vorstellte. Dabei befindet sich der Südpol des Elektromagnets vor der Platte, der Nordpol hinter derselben.

Man erkennt sofort, dass diese Richtung des Stromes i mit der sogenannten Ampère'schen Regel nicht in Übereinstimmung steht, dass nach letzterer vielmehr der Strom die entgegengesetzte Richtung haben müsste. Nimmt man hingegen an, dass die Elektricität beim Zinkpole aus dem Element herausfliesse (Fig. 4), so muss die Richtung des Stromes i so werden, wie sie die Beobachtung in der That ergibt, dass nämlich h den Zinkpol, k den Kupferpol eines Elementes vorstellt. Es bleibt dann die Ampère'sche Regel bestehen; schwimmt die Figur nach jener Richtung, nach welcher gemäss der bisherigen Anschauung der positive Strom (der beim Kupfer aus dem Element herauskommende) fliesst, so wird der Nordpol wieder zur Linken abgelenkt: da jedoch nach dem Obigen die Richtung des negativen

Stromes die thatsächliche Bewegungsrichtung der Elektricität zu sein scheint, so dürfte es zweckmässiger sein, die Figur in der Richtung des negativen Stromes schwimmen zu lassen, mit dem Gesicht der Nadel zugewandt, in welchem Falle dann der Südpol zur Linken der Figur abgelenkt würde. — Hall sagt zwar im Anschlusse an seine oben angeführten Worte: „Wheter this fact, taken in connection with wath has been said above, has any bearing upon the question of the absolute direction of the electric current, it is perhaps too early to decide", indess scheinen die Beobachtungen doch die früher ausgesprochene Annahme bezüglich der Stromrichtung zu fordern.

Fig. 4.



Unabhängig von der Annahme der Stromesrichtung gilt für unser Phänomen die Regel, dass man vom Südpole aus gesehen von der Eintrittsstelle des Stromes J in die Platte zur Eintrittsstelle des Stromes i durch eine Bewegung entgegengesetzt jener des Uhrzeigers gelangt; das Gleiche gilt bezüglich der Austrittsstellen der Ströme J und i aus der Platte.

Zum Schlusse muss ich erwähnen, dass ich auch, jedoch bisher vergeblich, die Geschwindigkeit der Elektricitätsbewegung in einer Aluminiumplatte zu bestimmen versuchte. Es gelang mir nämlich nicht, einen constanten Strom durch die Platte hindurchzusenden; dies mag wohl in der eigenthümlich flockigen Beschaffenheit, welche dünne Plättchen dieses Metalles zeigen, seinen Grund haben. Von höchstem Interesse aber wäre es, wenn Versuche mit sehr dünnen Flüssigkeitsschichten sich erfolgreich anstellen liessen.